近視眼的プレイヤーと games with unawareness における discovery process：同時手番のケース
Myopic players and discovery process in games with unawareness：Simultaneous-move case

多田　由彦†
Yoshihiko Tada

† 中央大学
Chuo University
yoshihiko.tada.4@gmail.com

概要
本稿はプレイヤーの戦略の一部についてその存在自体に気づいていない状況を想定した games with unawareness について同時手番のケースに焦点を当て，事前に知らなかった戦略がプレイされた場合に，直前の主観ゲームを修正し，その戦略を加えた新しい主観ゲームを構築する discovery process のモデルを検討する．本稿は各プレイヤーが他のプレイヤーたちの直前のプレイに対して最適応答を取るような myopic discovery process を定式化し，プレイヤーたちのプレイがある特定の CURB 集合の中に収まることを示した．

キーワード：ゲーム理論 (game theory), unawareness, discovery process, 近視眼的プレイヤー (myopic player), CURB

1.　はじめに：背景と目的

近年，各プレイヤーが他のプレイヤーが選択可能な戦略の一部について事前にその存在を知らないことを想定する games with unawareness の研究の蓄積が進んでいる．例えばアメリカとロシアが交渉の場にいたとする．交渉にあたって両国は譲歩するか強硬に出るかのどちらかを選ぶ．このときの利得表を表１と置き，ロシアは表１を認識しているものとする．これに対してアメリカは交渉にあたって切札の用意できており，実際に認識しているゲームの表は表２である．このときロシアは切札の存在を認識できておらず，実際のゲーム的状況が表２であることも認識できていない．このときロシアはアメリカの切札について unaware であり，同様に表２のゲーム的状況に unaware であるという．先行研究では主に解概念の特徴づけが行われた (e.g., Feinberg [1], Heifetz, Meier, and Schipper [2], Halpern and Rego [3], Schipper [4], Sasaki [5] など).

表１　チキンゲーム

		ロシア	
		譲歩	強硬
アメリカ	譲歩	4, 4	2, 5
	強硬	5, 2	1, 1

表２　切札のあるチキンゲーム

		ロシア	
		譲歩	強硬
アメリカ	譲歩	4, 4	2, 5
	強硬	5, 2	1, 1
	切札	1, 3	3, 1

しかしながら, Games with unawareness に関する多くの研究では一回きりのゲーム的状況に焦点を当てており，反復的なゲーム的状況についての分析は少ない (e.g., Feinberg [1], Schipper [6]). なぜならあるプレイヤーにとって事前に無知であった戦略がプレイされた場合，そのプレイヤーはプレイされた行動の存在を加味した認識の改訂が求められ，それを踏まえた定式化が必要になるからである．例えばアメリカが切札を切った段階でロシアは表１のゲーム的状況が誤りだと気づき，認識の修正を迫られることになる．こうした反復的な状況における認識の改訂が持つ特徴を分析した研究は現時点で Schipper [6] のみであり，このテーマでの研究の蓄積は少ない．本稿は同時手番の games with unawareness について反復的状況を想定し，その状況での認識の改訂がどのような特徴を持つのかについて Schipper [6] とは異なるアプローチで分析を行う．

Schipper [6] は games with unawareness における反復的状況と認識の改訂を分析するために，discovery process というモデルを提案した. Discovery process は，あるプレイヤーにとって事前に無知であった行動が選

択された場合に，そのプレイヤーは事前に認識していた主観ゲームが誤りであったことを認識した上で，その行動の存在を加味した新しい主観ゲームに修正するプロセスを描いたモデルである．例えば，アメリカが切札を切った段階で，ロシアはその切札の存在を認識し，主観ゲームを表１から表２に書き換える．

Schipper [6] は 展開形の games with unawareness に注目し，すべてのプレイヤーが合理化可能戦略をプレイしたならば, discovery process はすべてのプレイヤーのすべての主観ゲームに共通の合理化可能な自己確証均衡 (rationalizable self-confirming equilibrium) が現れたところで認識の改訂が収束することを示した.

Schipper [6] の discovery process は各プレイヤーが相手プレイヤーの合理性を想定し，認識の改訂を通して各ステージゲームで利得を最大化する戦略を選択するモデルである．一見するとこの想定は妥当であるように思われる．しかしながら，同時手番に注目した場合，認識の改訂は以下の問題を持つ．それは認識の改訂後の戦略集合上における選好の問題である．あるプレイヤーにとって事前には無知であった戦略が観察されたとき，実際にプレイされた戦略プロファイルだけでなく，その無知であった戦略に関連するその他の戦略プロファイルも踏まえた選好関係も考慮に入れなければならない．しかしながら, Schipper [6] では分析者目線の客観ゲーム (具体例では表２のゲームのこと．) における選好関係をそのまま改訂後の選好関係に反映させている．例えば上述のチキンゲームにおいて (切札, 強硬) がプレイされた場合に，アメリカの利得が３であるだけでなく, (切札, 譲歩) のときのアメリカの利得が１であることもロシアは知っていることが仮定されているのである．これは奇妙な仮定である．また，一部のゲーム的状況では認識の改訂プロセスの収束先において，共通の自己確証均衡が現れない場合がある．そこで本稿は上述の問題点を回避するために，近視眼的プレイヤー (myopic player) による discovery process (myopic discovery process) を定式化する.

2. モデル

まず本節で同時手番の games with unawareness を定義する．本稿での定義は Perea [7] の定式化を参照した. なお本稿では確率的信念を仮定しない.[1]

定義 $\Gamma = (G, V, \{T_i\}_{i\in I}, \{v_i\}_{i\in I}, \{b_i\}_{i\in I})$ を同時手番 game with unawareness と定義する.

- $G = (I, A, u)$ を客観的な同時手番ゲームとする．I はプレイヤー集合，$A = \times_{i\in I} A_i$ を戦略集合，$u = (u_i)_{i\in I}$ を効用関数プロファイルとする.
- $V = \times_{i\in I}\{2^{A_i}\setminus\emptyset\}$ を観点の集合とする．各要素 $v \in V$ は主観ゲームの戦略集合であり，観点 (view) と呼ぶ.
- T_i はプレイヤー i のタイプ空間であり，任意の $t_i \in T_i$ は i のタイプである．但し，プレイヤー i はすべてのタイプを認識していないかもしれない．なおここでは各プレイヤーについて実際のタイプ (actual type) t_i^* が存在し，プレイヤー i はそれを知っているものとする.
- $v_i : T_i \to V$ を i の観点関数と呼ぶ．任意の $t_i \in T_i$ に対して，$v_i(t_i)$ は t_i での i の観点である.
- $b_i : T_i \to T_{j\in I\setminus\{i\}}$ を i の信念関数と呼ぶ．任意の $t_i \in T_i$ に対して，$b_i(t_i) = (t_j)_{j\in I\setminus\{i\}}$ は i 以外のタイププロファイルであり，$b_i(t_i)(j) = t_j$ と記すこととする．このとき任意の $j \in I\setminus\{i\}$ と $k \in I$ に対して，$A_k^{v_j(t_j)} \subseteq A_k^{v_i(t_i)}$ を満たす.

チキンゲームの例をとる.

- $I = \{アメリカ, ロシア\}$；
- $A = \{譲歩, 強硬, 切札\} \times \{譲歩, 強硬\}$；
- 利得関数は表２の値を取る；
- $V = \{表1, 表2\}$ ；
- $T_ア = \{t_ア^*, t_ア\}$,　$T_ロ = \{t_ロ^*\}$；
- $v_ア(t_ア^*) = 表2$, $v_ア(t_ア) = v_ロ(t_ロ^*) = 表1$；
- $b_ア(t_ア^*) = t_ロ^*$, $b_ア(t_ア) = t_ロ^*$, $b_ロ(t_ロ^*) = t_ア$.

このときこのゲームでは，アメリカは表２の利得表を認識しているが，ロシアは表１を認識して表２を認識できておらず，さらにアメリカはロシアが表１を認識していて表２を認識できていないことに気づいていることを表している.

[1] 本稿の定式方法は Sasaki [8] と同様のものである．本稿は通常の標準形ゲームを客観的ゲームとしているのに対して, Sasaki [8] は multicriteria ゲームを客観的ゲームとしている.

次にタイプの列を定義する．任意の $(i,t_i)\in I\times T_i$ をとったとき，$t_{i_1}=t_i$ とし，任意の $h\geq 2$ に対して $t_{i_h}=b_{i_{h-1}}(t_{i_{h-1}})(t_{i_h})$ とする．このとき，$t_{i_1},t_{i_2},\dots,t_{i_h},\dots$ をタイプの列と呼ぶ．そして $i_1,i_2,\dots,i_h,\dots$ を $t_{i_1},t_{i_2},\dots,t_{i_h},\dots$ に基づくプレイヤーの列と呼ぶ.

戦略については次のように定義する．任意の $i\in I$ に対して，関数 $s_i\colon T_i\to A_i$ をとる．任意の $t_i\in T_i$ に対して，$s_i(t_i)$ を i の t_i での局所戦略とする．$s_i=\left(s_i(t_i)\right)_{t_i\in T_i}$ を i の一般化戦略，$s=(s_i)_{i\in I}$ を一般化戦略プロファイルと呼ぶ．具体例の場合，$s_{\text{ア}}\left(t^*_{\text{ア}}\right)=$ 切札，$s_{\text{ア}}\left(t_{\text{ア}}\right)=$ 譲歩，$s_{\text{ロ}}\left(t^*_{\text{ロ}}\right)=$ 強硬 としたとき，それぞれがアメリカとロシアの局所戦略となる．そして $s_{\text{ア}}=\left(s_{\text{ア}}\left(t^*_{\text{ア}}\right),s_{\text{ア}}\left(t_{\text{ア}}\right)\right)=(\text{切札, 譲歩})$ はアメリカの一般化戦略，$s_{\text{ロ}}=\left(s_{\text{ロ}}\left(t^*_{\text{ロ}}\right)\right)=(\text{強硬})$ はロシアの一般化戦略，$s=\left(s_{\text{ア}},s_{\text{ロ}}\right)=\left((\text{切札, 譲歩}),\text{強硬}\right)$ は一般化戦略プロファイルとなる.

3. 解概念：CURB

次に我々はCURB概念を games with unawareness に導入する．CURB とは合理的行動の閉性 (closedness under rational behavior) の略称であり，Basu and Weibull [9] によって提案された．標準的なゲーム理論における CURB 概念は合理化可能性を精緻化した概念であり，CURB 集合は合理化可能集合の部分集合である．例えば表３のゲームでは，合理化可能集合は {U,M,B}×{L,N,R} であるが，CURB集合は合理化可能集合の他に，{U}×{L} と {M,B}×{N,R} もCURB集合であり，それぞれの集合上の戦略プロファイルが実現された場合には，そこから逸脱するインセンティブを持たない.

表３　CURB の例

		ボブ		
		L	N	R
アリス	U	3, 3	0, 0	0, 0
	M	0, 0	2, 1	1, 2
	B	0, 0	1, 2	2, 1

CURB 集合を games with unawareness に導入するにあたって，games with unawareness における戦略集合の特徴を把握しておく必要がある．例えば，クリスとデイビッドの２人のプレイヤーが表４の囚人のジレンマゲームに直面しているとする．しかし，クリスもデイビッドも自分が裏切を選択できることを認識しておらず，クリスの主観ゲームは表５，デイビッドの主観ゲームは表６であるとする．このとき，(協力, 協力) はプレイできるが，(協力, 裏切), (裏切, 協力), (裏切, 裏切) はプレイされることはない．そこで各プレイヤーの主観ゲーム においてプレイが可能な戦略集合のカーテシアン直積集合を実現可能な戦略集合 (realizable action set) と呼ぶ．例えば，クリスとデイビッドの例では {協力,協力} が実現可能な戦略集合である．そして実現可能な戦略集合上のCURB集合を実現可能なCURB集合 (realizable CURB set) と呼ぶ．具体例では {協力}×{協力} が実現可能なCURB集合である.

表４　囚人のジレンマゲーム

		デイビッド	
		協力	裏切
クリス	協力	3, 3	0, 5
	裏切	5, 0	1, 1

表５　クリスの主観ゲーム

		デイビッド	
		協力	裏切
クリス	協力	3, 3	0, 5

表６　デイビッドの主観ゲーム

		デイビッド
		協力
クリス	協力	3, 3
	裏切	5, 0

4. Myopic discovery process

最後に本節では discovery process を定義する.

定義　同時手番 game with unawareness Γ と Γ における任意の一般化戦略プロファイル s をとる．このとき，$\Gamma'=(G,V,\{T_i'\}_{i\in I},\{v_i'\}_{i\in I},\{b_i'\}_{i\in I})$ を (Γ,s) に関連

づけられた discovered game と呼び, 次のように定義する：任意の $(i,t_i) \in I \times T_i$ に対して, そして $t_{i_1} = t_i$ であるような任意のタイプの列 $t_{i_1}, t_{i_2}, \dots, t_{i_h}, \dots$ に基づいたプレイヤーの列 $i_1, i_2, \dots, i_h, \dots$ に対して以下の条件に基づく Γ' におけるタイプ t'_i と $t'_{i_1} = t'_i$ であるようなタイプの列 $t_{i_1}, t_{i_2}, \dots, t_{i_h}, \dots$ が存在する. 任意の $h \geq 1$ に対して,

- t^*_j を Γ における j の実際のタイプとし,
$$v'_{i_h}(t'_{i_h}) = \times_{j\in I}\left[A_j^{v_{i_h}(t_{i_h})} \cup \mathrm{supp}\left(s_j(t^*_j)\right)\right];$$
- $b'_{i_h}(t'_{i_h})(i_{h+1}) = t'_{i_{h+1}}$.

このとき discovery process は次のように定義する.

定義 $P = \left((\Gamma^1, s^0), (\Gamma^2, s^1), \dots, (\Gamma^\lambda, s^{\lambda-1}), \dots\right)$ を discovery process とし, 以下のように定義する.

- 任意の λ に対して, $\Gamma^\lambda = \left(G, V, \{T_i^\lambda\}_{i\in I}, \{v_i^\lambda\}_{i\in I}, \{b_i^\lambda\}_{i\in I}\right)$;
- $\lambda = 1$ のとき $s^0 = \phi$ とする. 任意の $\lambda \geq 2$ に対して, s^λ を Γ における一般化戦略プロファイルとする；
- 任意の $\lambda \geq 2$ に対して, Γ^λ は $(\Gamma^{\lambda-1}, s^{\lambda-1})$ に関連づけられた discovered game である.

本稿では近視眼的プレイヤーを想定する. 近視眼的プレイヤーとは, 他のプレイヤーの直前のプレイに対して最適応答をとるようなプレイヤーのことである. 近視眼的プレイヤーの場合, 単に直前のプレイに対して最適応答をとるだけなので, 戦略集合上における相手の選好については無視することが可能となる. 例えば, アメリカの実際の選好は分からなくても, ロシアは自分の選好さえわかっていればアメリカの意思決定に対して最適応答を取ることができる. これにより相手の客観ゲーム上の選好と主観ゲーム上の選好との関係性について無視することができる.

このとき myopic discovery process とはすべてのプレイヤーが近視眼的プレイをするような discovery process を指す.

5. 主要定理

以上の定式化を踏まえて次の定理が導かれる.

定理 任意の同時手番の games with unawareness において, myopic discovery process を通した認識の改訂はすべてのプレイヤーの主観ゲームにおいてある特定の共通の realizable CURB 集合が存在するところで収束する. さらにプレイヤーたちのプレイはその実現可能な CURB 集合から逸脱しない.

上の定理は myopic discovery process を通したプレイを特徴づけるものである. アメリカとロシアのチキンゲームの例の場合には, realizable CURB 集合 $\{$強硬, 譲歩$\}$ の中にプレイが落ち着く. 以上の定理より, 本稿は discovery process について Schipper [6] とは異なる特徴づけを行うことができた.

謝辞

本稿は著者の博士論文の一部を編集したものである. 瀧澤弘和教授をはじめ, 本稿へコメントを寄せてくれた方々に感謝する.

文献

[1] Feinberg, Y. (2021) "Games with unawareness", *The B.E. Journal of Theoretical Economics,* 21, pp.433-488.
[2] Heifetz, A., Meier, M., and Schipper, B.C. (2013) "Dynamic unawareness and rationalizable behavior", *Games and Economic Behavior*, 81, pp.50-68.
[3] Halpern, J.Y., and Rego, L.C. (2014) "Extensive games with possibly unaware players", *Mathematical Social Science*, 21, pp.525-556.
[4] Schipper, B.C. (2014) "Unawareness: A gentle introduction to both the literature and the special issue", *Mathematical Social Science*, 70. Pp.1-9.
[5] Sasaki, Y. (2017) "Generalized Nash equilibrium with stable belief hierarchies in static games with unawareness", *Annals of Operation Research*, 256, pp.271-284.
[6] Schipper, B.C. (2021) "Discovery and equilibrium in games with unawareness", *Journal of Economic Theory*, 198, 105365.
[7] Perea, A. (2022) "Common belief in rationality in games with unawareness", *Mathematical Social Science*, 119, pp.11-30.
[8] Sasaki, Y. (2022) "Unawareness decision criteria in multicriteria games", *Mathematical Social Science*, 119, pp. 31-40.
[9] Basu, K. and Weobull, J.W. (1991) "Strategy subsets closed under rational behavior", *Economics Letters*, 36, pp.141-146.