帰納推論を可能にする自然の斉一性は何か：ハノイの塔ゲームを事例とした検討
What is the uniformity of nature enabling inductive inference: A case study of the Tower of Hanoi game

梶原 悠†, 日髙 昇平†, 鳥居 拓馬‡
Yu Kajiwara, Shohei Hidaka, Takuma Torii
†北陸先端科学技術大学院大学, ‡東京電機大学
Japan Advanced Institute of Science and Technology, Tokyo Denki University
kajiwara@jaist.ac.jp, shhidaka@jaist.ac.jp, tak.torii@mail.dendai.ac.jp

概要
帰納推論の理解は, 人の認知過程を解明するために不可欠である. 哲学者 Hume は帰納推論にあたり何らかの自然の斉一性を仮定する必要があると指摘した. 本研究は, 帰納推論にあたり仮定される自然の斉一性がどのようなものであるか, という問題への説明を目指す. 具体的には, ハノイの塔と呼ばれる古典的なゲームを題材として, ゲームを解く人や, 解く人を観察してそのゲームのルールを推定する人の推論過程の理論的な説明を検討した.

キーワード： 帰納推論 自然の斉一性 ハノイの塔 再帰 部分問題 類比 問題解決 ルール同定

1. はじめに

帰納推論とは, 既存の知識や観察から新しいケースを予測するプロセスである[1]. 以下の先行研究で指摘されるように, 帰納推論の理解は, 人間による (1) 問題解決 (2) 社会的学習 (3) 外界の知覚, などの活動を解明するために重要だと考えられている[2][4][5]. 問題解決の領域では, ある課題での学習が類題の解決能力を促進する「学習の転移」現象が確認されている. これは類推による帰納推論の例と捉えることができる[2]. H. Gweon [4]は社会的学習を他者の生成したエビデンスからの情報推定と捉える理論を提唱している. この枠組みにおける学習者(と教示者)は因果の帰納推論を行う必要がある. D. Hoffman [5]は知覚される世界が, 外界の最適な推定ではなく, 適応的なふるまいを支えるように選択されたインターフェースであると主張している. これらの仮説の是非を検討するために, 物理的な現象についての帰納推論の辺縁を探ることは有効である.

哲学者の Hume は帰納推論にあたり何らかの自然の斉一性を仮定する必要があると指摘した[6]. 人間の帰納推論を強く制約している自然の斉一性がどのようなものかを特定できれば, 上記の３つの認知過程を含め, 多くの認知過程の理解に役立つ可能性がある. 例えば, 問題解決タスクにおける探索行動は, 探索者の根底にある自然の斉一性の仮定に制約されているはずである. また, 社会的学習の文脈では, 他者との間で事前に共有された自然の斉一性が, ふるまいの理解やルールの伝達に活用されている可能性がある. さらに, 物理的な現象の知覚においては, 自然の斉一性の制約に適う現象だけが認知されているはずである.

以上の背景を踏まえ, 本研究は「人間は帰納推論にあたりどのような自然の斉一性を仮定しているか」という問題への理論的な説明を目指す.

2. ハノイの塔

具体的には, ハノイの塔と呼ばれる古典的なゲームを題材として, ゲームを解く人（プレイヤー）や, 解く人を観察してそのゲームのルールを推定する人 (ルール推定者)の推論過程を理論的に説明する. プレイヤーは, 初めて遭遇したゲームの状態に対して, 最善な操作がどれかを予測する帰納推論を行う必要がある. また, ルール推定者は, 限られた観測データをもとに, 未知の状態での可能な操作集合を予測する帰納推論を行う必要がある.

ハノイの塔は, 台の上に立てられた3本の棒と, 大きさの異なる複数枚のディスクからなる玩具である.ディスクは棒に刺して積み上げることができる. ゲームの状態はディスクが刺された棒と積み順により記述され, M枚のディスクを持つハノイの塔は$(M+2)!/2!$個の状態をもつ. プレーヤーは, すべてのディスクがひとつの棒に刺さった状態から出発し, 別の棒に刺さった状態を目指す. プレーヤーの操作は以下の条件を満たしていなければならない.

(1) 1回の操作で動かせるディスクは1枚のみ.
(2) 最も上のディスクしか動かせない.
(3) ディスクの上により大きなディスクは置けない.

3. 動作の集合

ルール推定者が想定する，物理的に可能な動作の集合を考える．初めてこの玩具を見て，ディスクが棒に接着された静的なオブジェだと解釈した人には，何もしないという動作だけが可能である．逆に，ディスクをすべて机に広げてから棒に差し直す動作を想定した人は，任意の2状態間を遷移させることができる．多くの人は，上から数枚のディスクを掴んで他の棒に移す自然な動作を想定すると思われる．

ハノイの塔の状態全体の集合Sを考える．集合S上の全単射の集合Aを考える．集合Aが以下の条件を満たすとき，動作の集合と呼ぶ．

(1) 集合Aの元はルール推定者が主観的に可能とみなす身体動作で実現可能である．

(2) 状態集合Sの恒等変換1_Sは集合Aに含まれる．

(3) 任意の2状態を繋ぐ集合Aの動作系列が存在する．

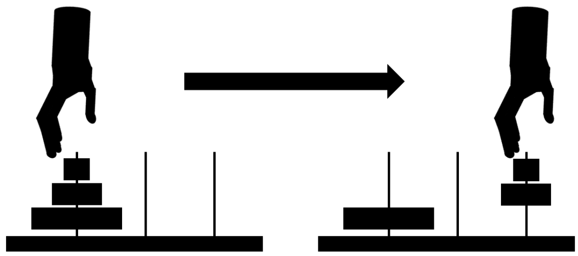

図1. 物理的に可能な動作の例

4. 自然の斉一性の形式

本研究では，ルール推定者は，プレイヤーが，ある棒にすべてのディスクが刺さった状態から，別の棒にすべてのディスクが刺さった何らかの状態への遷移を目指すことを知っているとする．また，プレイヤーが，状態遷移の系列についての何らかのコストの最小化を目指すことも知っているとする．

さらに，ルール推定者は，以下の条件を仮定するものとする．

(1) 状態遷移の合成とコストは可換である．状態遷移系列γと状態遷移系列γ'の合成系列$\gamma\circ\gamma'$のコストは$c(\gamma\circ\gamma') = c(\gamma) + c(\gamma')$を満たす．

(2) コストは動作集合を保つ状態変換で不変である．状態集合S上の全単射σは，任意の動作$a \in A$に対し$\sigma\circ a\circ\sigma^{-1} \in A$を満たすとする．このとき，任意の与えられた動作系列$\alpha = a_k\circ \dots\circ a_1$から，動作系列$\alpha' = a'_k\circ \dots\circ a'_1$ $(\forall i. a'_i = \sigma\circ a_i\circ\sigma^{-1})$を作ることができる．状態$s$を動作系列$\alpha$で遷移させた状態遷移系列$\gamma$と状態$\sigma(s)$を動作系列$\alpha'$で遷移させた状態遷移系列$\gamma'$を考える．コスト関数$c$は$c(\gamma) = c(\gamma')$を満たす．

本稿では，条件(1)(2)の形式を持つ自然の斉一性を対象とする．

こうした仮定から，ルール推定者は，「より短いが例示されないプレイヤーの状態遷移系列にはコストを悪化させる遷移が含まれる可能性が高い」という情報を得ることができる．

5. 逆問題の解の一意性

前章で提案した自然の斉一性は，動作の集合Aの選択に依存している．集合Aが大きいと，より強い自然の斉一性となる．日高 [9]は，平面図形の知覚や数列の変換ルールの同定課題を例にとり，意味推論の分析においてデータ表現の領域固有でない自然さを記述するアプローチを強調している．また，日高ら [10] は，ネッカーキューブという図形の知覚を分析し，最も対称性の高い符号化を与える知覚像が選択されるという原理を提案している．これは，(知覚像を選ぶ)帰納推論においてある意味で最も強い自然の斉一性が仮定されるという仮説とも捉えられる．この仮説をハノイの塔ゲームの文脈に類比的に用い，「人間は，例示された操作系列からゲームのルールを推定する逆問題の解が一意になる範囲で，最も強い自然の斉一性を採用する．」ことを仮定する．

この仮説により，理論的に可能な自然の斉一性を絞り込む．

6. 実験による検証に向けて

本章では，理論的に予測された自然の斉一性を，実験で間接的に検証する方法を検討する．

6.1. ゲームの変種

ハノイの塔ゲームのルールはすでに広く知られており，ルール推定課題の実験を直接行うことは難しい．ゲームの変種を作り，変種のルールを被験者に推定してもらう実験が考えられる．動作の集合として本質的に異なるものを含む変種を作るために，ハノイの塔ゲームをやや一般化した以下のゲームを考える．

(ハノイの塔ゲームの変種) 有限群Gとその部分群H, 自然数nが与えられたとする. ただし, 部分群Hを含む群Gの正規部分群はG自身しか存在しないとする. このとき対(G,H,n)を n 枚のディスクをもつハノイの塔ゲームと呼ぶ. 剰余類G^n/H^nをハノイの塔の状態集合と呼ぶ. 剰余類G^n/H^nへの群G^nの自然な左作用を考える. 剰余類の元$[s]=([s_1],\dots,[s_n])\in\left(G^n/H^n\right)$と群$G^n$の元$a=(a_1,\dots,a_n)\in G^n$で自然数$l\leq n$についての以下の条件(1)(2)を満たすものを考える.

(1) $a_i=a_j$ $(\forall i,j\leq l)$

(2) $a_i([s_i])=[s_i]$ $(\forall i\neq l)$

状態$[s]$から状態$a([s])$への遷移をゲームの操作と呼ぶ.

特に, 群Gとして集合{1,2,3}の置換群, 部分群Hとして群Gにおける集合{1}の固定化群をとると通常のハノイの塔ゲームとなる.

6.2. 操作時間

作業仮説として, ルール推定に使われる自然の斉一性が, ゲームの解の探索にも転用されると仮定する. この仮説の下で, ゲームの解の探索行動の観察から, 人間が採用した自然の斉一性を間接的に検証したい.

プレイヤーが, 問題を部分問題に分解する様子のツリーを考える. 動作の集合Aがツリーの生成に使われると仮定する. ツリーの取りうる構造は, 理論的に制限される.

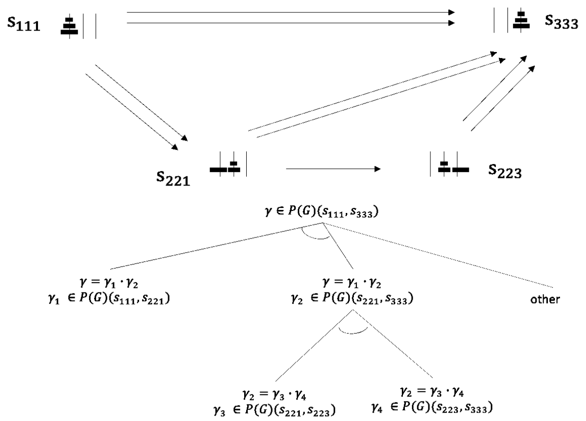

図 2. 再帰的な戦略のツリーのイメージ

解の探索において, 必要な部分問題は高速に解けるが, ツリーへの展開や部分問題のコスト推定には時間がかかると仮定する. このとき, 操作時間の様子はツリーの構造を通じて理論的に制約される.

また, 部分問題を展開する方法は, プレイヤーの習熟度や与えられた追加情報によって変化しうる. 例えば, ハノイの塔の最短手順には, 偶数番目のディスクと奇数番目のディスクが決して接触しないという性質がある. この性質に気づいたり, 知らされたりした人は, 再帰的な戦略からより非再帰的な戦略に変化すると想像される. このような戦略の変化は, 操作時間の様子の不連続な変化を引き起こすはずである. 戦略の変化が起きても, 操作時間の様子が理論的な制約と整合し続けるかどうかを調べることで, 理論の妥当性を間接的に検証できる可能性がある.

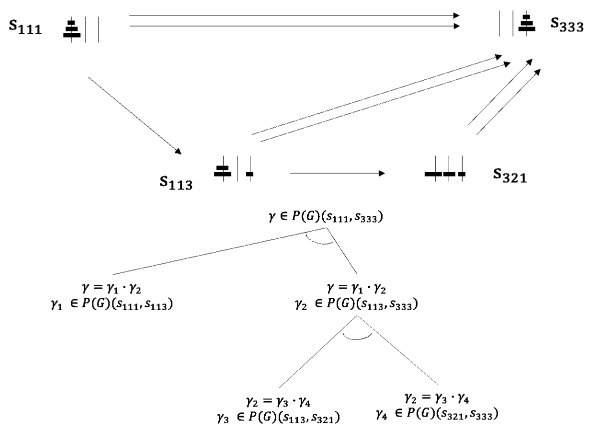

図 3. 非再帰的な戦略のツリーのイメージ

6.3. 類似判断

ゲームの問題解決と類似状態の知覚のあいだの関係が複数の先行研究で示唆されている. 鈴木 [7] は, 指定した条件でハノイの塔ゲームを解いた被験者に, ゲームの 2 つの状態を提示して類似度を判定させた. そして戦略や習熟度の異なる被験者の回答を比較することで, 類似判断の過程に問題解決の構造が反映されうると結論している. また, F. Donnarumma [8] は目標状態と視覚的に類似した状態がサブ目標として選ばれやすくなるような確率モデルにハノイの塔ゲームを解かせるシミュレーションを行った. そしてモデルが人間の誤りをよく説明できることを示している.

直感的には, 動作の集合Aの大きさは類似判断の様子に影響を与えることが期待される. ルール上は不可能だが集合Aに含まれる動作による状態遷移のコストと類似判断の様子を比較することで, 理論の妥当性を間接的に検証できる可能性がある.

7. 今後の課題

本稿では，ハノイの塔と呼ばれる古典的なゲームを題材として，ゲームを解く人や，解く人を観察する人の推論過程の理論的な説明を検討した．さらに理論的な説明を実験により検証する方法を検討した．検討した理論的な枠組みはまだ不十分であり，きわめて単純なケースしか説明できない．また，実験による検証も未実施である．理論的な枠組みの改善と，実験による検証を進めることが必要である．

謝辞

本研究は科研費基盤研究B(一般)JP23H0369, JST さきがけ JPMJPR20C9 の助成を受けて行われた.

文献

[1] Hayes, B. K., Heit, E., & Swendsen, H. (2010). Inductive reasoning. Wiley interdisciplinary reviews: Cognitive science, 1(2), 278-292.
[2] 寺尾敦, & 楠見孝. (1998). 数学的問題解決における転移を促進する知識の獲得について. 教育心理学研究, 46(4), 461-472.
[3] Gopnik, A., Glymour, C., Sobel, D. M., Schulz, L. E., Kushnir, T., & Danks, D. (2004). A Theory of Causal Learning in Children: Causal Maps and Bayes Nets. Psychological Review, 111(1), 3–32. doi:10.1037/0033-295x.111.1.3
[4] Gweon, H. (2021). Inferential social learning: Cognitive foundations of human social learning and teaching. Trends in Cognitive Sciences, 25(10), 896-910.
[5] Hoffman, D. D., Singh, M., & Prakash, C. (2015). The interface theory of perception. Psychonomic bulletin & review, 22, 1480-1506.
[6] 秋元 ひろと. (2020) ヒュームの因果論. 三重大学教育学部研究紀要 第 7711 巻 人文科学(22001290)05009-08050 頁
[7] 鈴木宏昭. (1997). 動的で，構成的な類似判断―思考の基盤としての類似が持つべき条件―. 認知科学, 4(4), 4_6-4_18.
[8] Donnarumma, F., Maisto, D., & Pezzulo, G. (2016). Problem solving as probabilistic inference with subgoaling: explaining human successes and pitfalls in the tower of hanoi. PLoS computational biology, 12(4), e1004864.
[9] 日髙昇平. (2021) 圏論による意味推論のモデリング. 2021 年度日本認知科学会第 38 回大会. OS05-2
[10] 日髙昇平, & 高橋康介. (2021). ネッカーキューブはなぜあの立体にみえるのか. 認知科学, 28(1), 25-38.